

# 1. Elements de base. Le point. La droite. Le plan

## 1.1 Le point

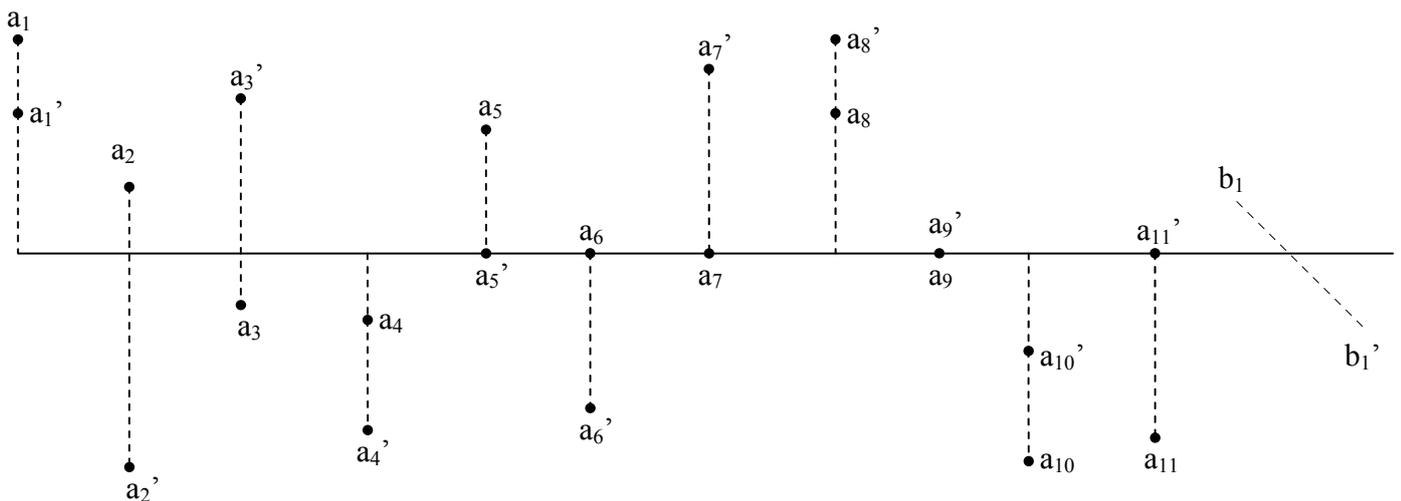
1.1.1 Dessiner l'épure d'un point A du premier quadrant, d'un point B du deuxième quadrant, d'un point C du troisième quadrant, d'un point D du quatrième quadrant.

1.1.2 Dessiner l'épure d'un point A du premier quadrant. Quelle est sa cote ? Quel est son éloignement ? Représenter un point  $A_1$  de même cote et d'éloignement supérieur, puis un point  $A_2$  de même éloignement et de cote supérieure.

1.1.3 Dessiner l'épure d'un point A du premier quadrant. Représenter ensuite : un point B de même éloignement que A et de cote opposée, un point C de même cote que A et d'éloignement opposé, puis un point D de cote et d'éloignement opposés à ceux de A. Dans quel quadrant se trouvent les points B, C et D ?

1.1.4 Représenter un point U situé dans le plan horizontal de projection, un point V situé dans le plan frontal de projection, un point E situé sur la ligne de terre.

1.1.5 Dans quel quadrants se trouvent les points suivants ?



## 1.2 La droite

1.2 Pour chacune des droites suivantes, dessiner son épure, calculer sa trace et indiquer son nom:

- a) (F) parallèle au plan frontal de projection,
- b) (H) parallèle au plan horizontal de projection,
- c) (G) parallèle à la ligne de terre,
- d) (B) perpendiculaire au plan frontal de projection,
- e) (V) perpendiculaire au plan horizontal de projection,
- f) (P) perpendiculaire à la ligne de terre.

Dessiner en épure deux droites ( $D_1$ ), ( $D_2$ ) sécantes, tel que leur point d'intersection S soit :

- a) dans le premier quadrant,    b) dans le II<sup>ème</sup> quadrant,    c) dans le III<sup>ème</sup> quadrant,
- d) dans le IV<sup>ème</sup> quadrant,    e) sur la ligne de terre    f) dans le plan frontal de projection,
- g) dans le plan horizontal de projection.

Représenter les droites remarquables (D) passant par les points A et B dans les positions et les quadrants indiqués. Construisez leurs traces.

- (D)  $\parallel F$  , dans les quadrants I et IV,
- (D)  $\parallel F$  , dans les quadrants II et III,
- (D)  $\parallel H$  , dans les quadrants I et II,
- (D)  $\parallel H$  , dans les quadrants III et IV,

- (D)  $\perp F$  , dans les quadrants I et II,
- (D)  $\perp F$  , dans les quadrants IV et III,
- (D)  $\perp H$  , dans les quadrants I et IV,
- (D)  $\perp H$  , dans les quadrants III et II,

- (D)  $\parallel LT$ , dans le quadrant I,
- (D)  $\parallel LT$ , dans le quadrant II,
- (D)  $\parallel LT$ , dans le quadrant III,
- (D)  $\parallel LT$ , dans le quadrant IV,

- (D)  $\perp LT$ , dans les quadrants I,II et IV,
- (D)  $\perp LT$ , dans les quadrants I, II et III,
- (D)  $\perp LT$ , dans les quadrants II, III et IV,
- (D)  $\perp LT$ , dans les quadrants I, III et IV,

(D) dans le premier plan bissecteur *Bis1*

(D) dans le deuxième plan bissecteur *Bis2*

- (D)  $\parallel Bis1$  , dans les quadrants I, IV et III,
- (D)  $\parallel Bis1$  , dans les quadrants I, II et III,
- (D)  $\parallel Bis2$  , dans les quadrants I, II et IV,
- (D)  $\parallel Bis2$  , dans les quadrants II, III et IV,

- (D)  $\perp Bis1$  , dans les quadrants I, II et IV,
- (D)  $\perp Bis1$  , dans les quadrants II, III et IV,
- (D)  $\perp Bis2$  , dans les quadrants I, IV et III,
- (D)  $\perp Bis2$  , dans les quadrants I, II et III.

## 1.3 Le plan

On considère les plans suivants :

- a) un plan qui fait  $30^\circ$  avec le plan horizontal et perpendiculaire au plan frontal. (Plan De bout)
- b) un plan qui fait  $60^\circ$  avec le plan frontal et perpendiculaire au plan horizontal. (Plan Vertical)
- c) un plan qui fait  $45^\circ$  avec le plan frontal,  $45^\circ$  avec le plan horizontal et passant par l'axe de pliage entre les quadrants I et III (1er Plan Bissecteur)
- d) un plan qui fait  $45^\circ$  avec le plan frontal,  $45^\circ$  avec le plan horizontal et passant par l'axe de pliage entre les quadrants II et IV (2ème Plan Bissecteur)
- e)  $45^\circ$  avec le plan frontal,  $45^\circ$  avec le plan horizontal, et parallèle à l'axe de pliage, dans les quadrants II, I et IV. (Plan parallèle au 2ème plan bissecteur)
- f)  $45^\circ$  avec le plan frontal,  $45^\circ$  avec le plan horizontal, et parallèle à l'axe de pliage, dans les quadrants II, III et IV. (Plan parallèle au 2ème plan bissecteur)
- g) parallèle au plan horizontal, dans les quadrants I et II (Plan Horizontal)
- h) parallèle au plan horizontal, dans les quadrants III et IV
- i) parallèle au plan frontal, dans les quadrants I et IV (Plan frontal)
- j) parallèle au plan frontal, dans les quadrants II et III (Plan frontal)
- k) perpendiculaire simultanément aux plans verticaux et horizontaux. (Plan De Profil)

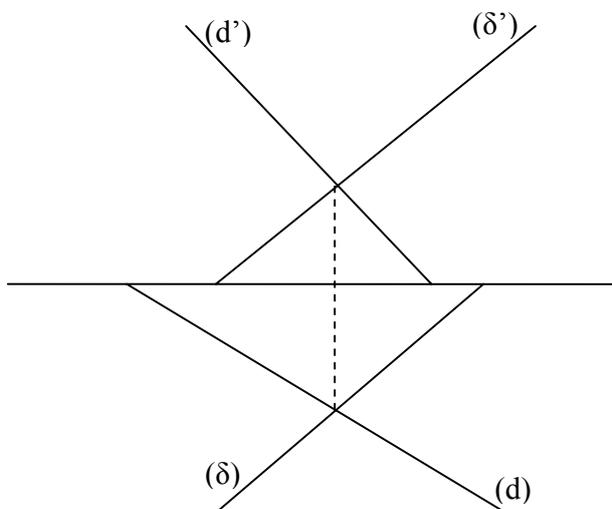
1.3.1) Visualiser chacun de ces plans, (par exemple à l'aide d'un dièdre en papier et d'une feuille de papier). Visualiser également les traces du plan et représenter ces traces dans l'épure. Parmi ces plans, 5 sont des plans remarquables. Ecrivez le nom de ces plans dans l'épure.

1.3.2) Pour chacun des plans de la question précédente, dessiner l'épure d'un point A appartenant au plan, mais qui n'appartient pas aux traces du plan. A quel quadrant appartient le point A ?

1.3.3) Pour chacun des plans de la question précédente, dessiner l'épure d'une droite appartenant au plan, dans les cas suivants :

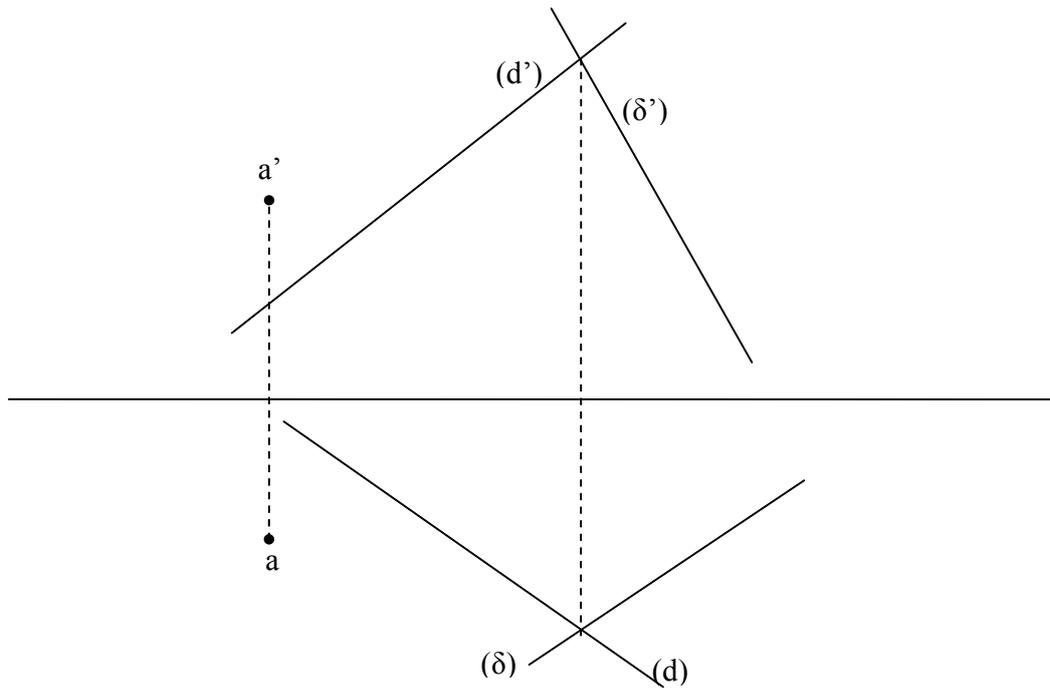
- (D) droite quelconque
- (F) droite frontale
- (H) droite horizontale
- (G) droite de profil.

1.3.4) Soit un plan déterminé par deux droites sécantes (D) et ( $\Delta$ ), concourantes en A. Construire les traces du plan.



1.3.5) Soit le plan  $\Phi$  défini par les droites (D) et ( $\Delta$ ), soit le point A. Soit (H) une horizontale de  $\Phi$  et de cote a'. Soit (F) une frontale de  $\Phi$  et d'éloignement a.

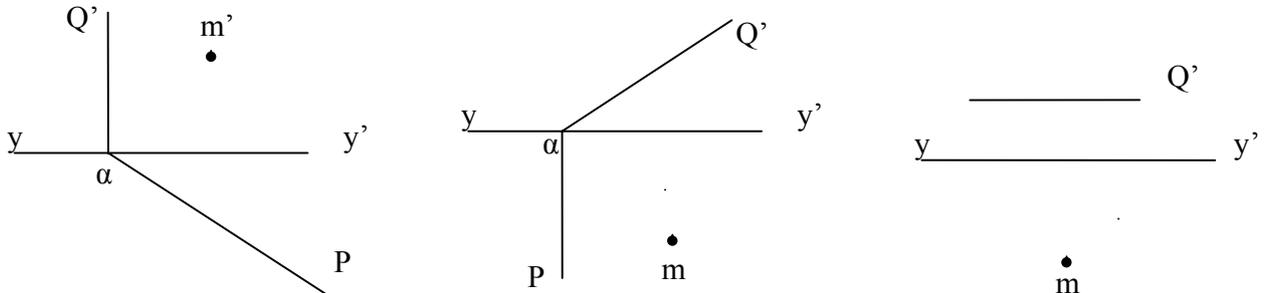
a) construire et nommer les projections de (H) et (F) ainsi que leurs traces  
b) construire et nommer les traces du plan  $\Phi$



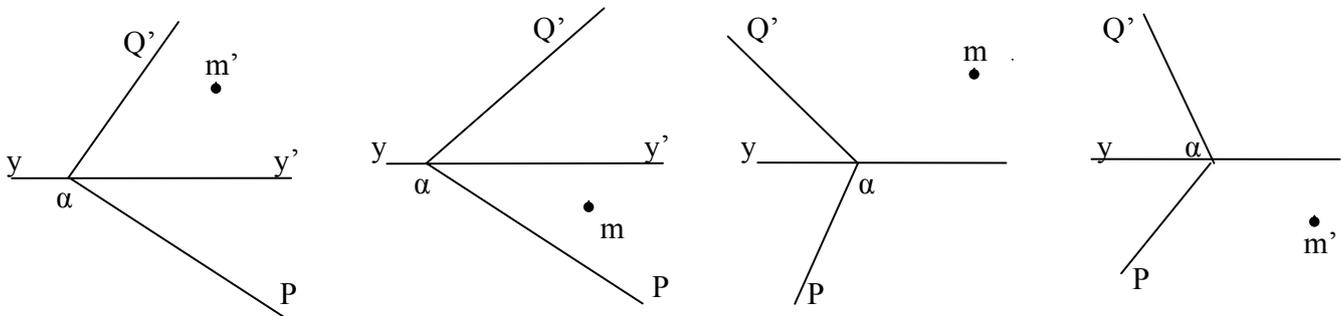
## 2. Le point dans le plan. La droite dans le plan

2.1) Pour le point M donné, déterminer la projection manquante, tel que M soit un point du plan défini par ses traces (PαQ'), dans les cas suivants :

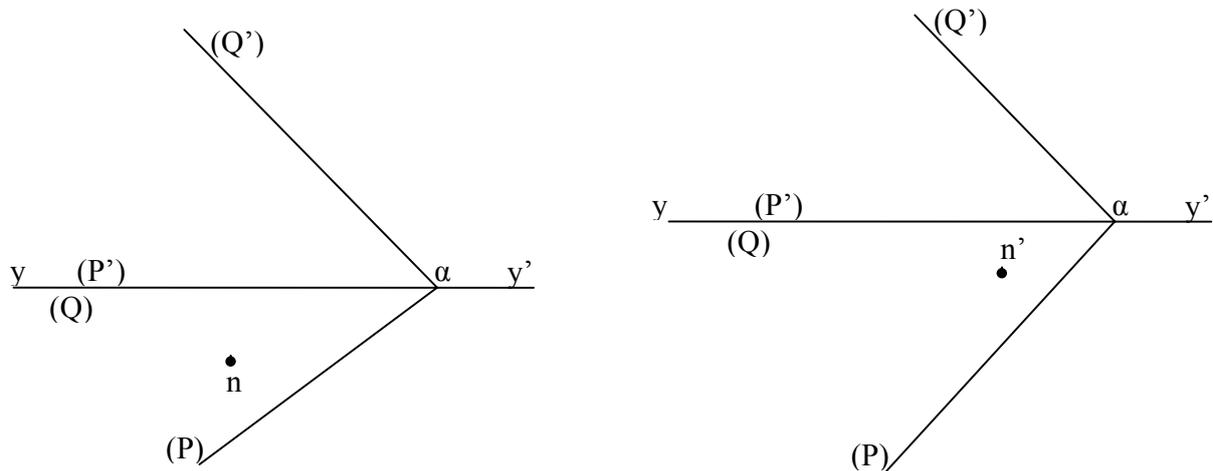
- a) (PαQ') plan vertical                      b) (PαQ') plan de bout                      c) (PαQ') plan horizontal



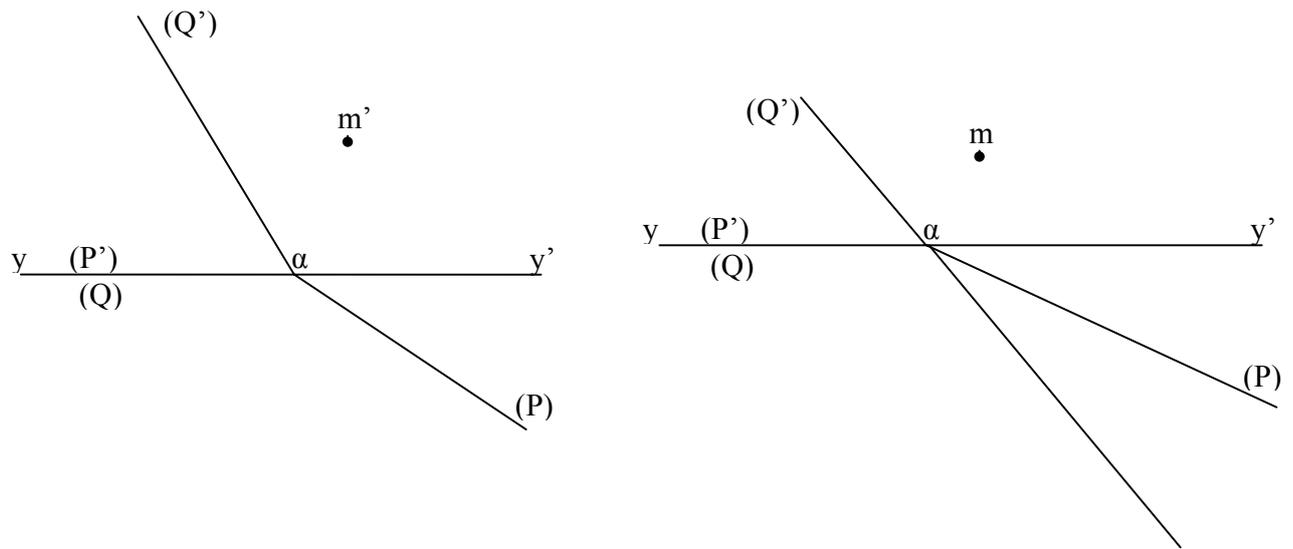
c) (PαQ') plan quelconque



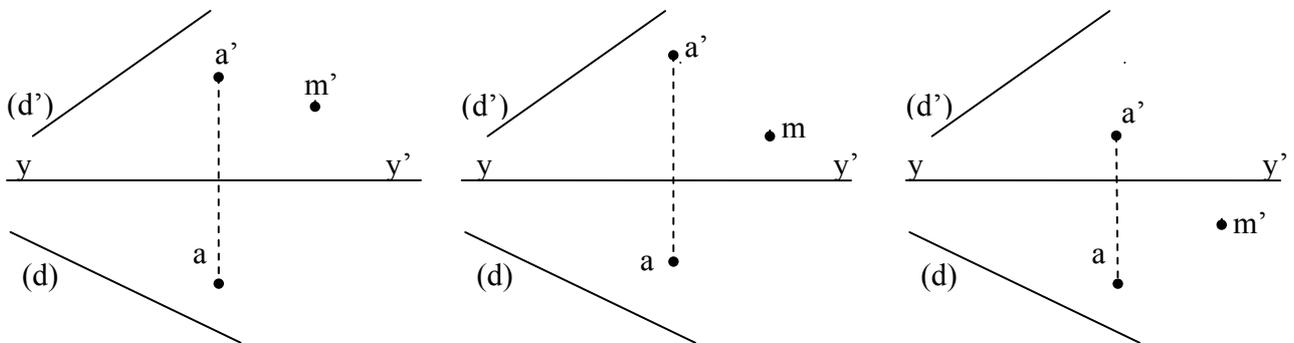
2.1.d) Soit  $\Omega$  un plan déterminé par ses traces ( $\alpha$ PQ). Soit N un point du plan  $\Omega$ . On connaît une des projections du point N. A l'aide d'une frontale (F) du plan  $\Omega$  passant par le point N, déterminer la projection manquante du point N, tel qu'il soit un point du plan  $\Omega$ .



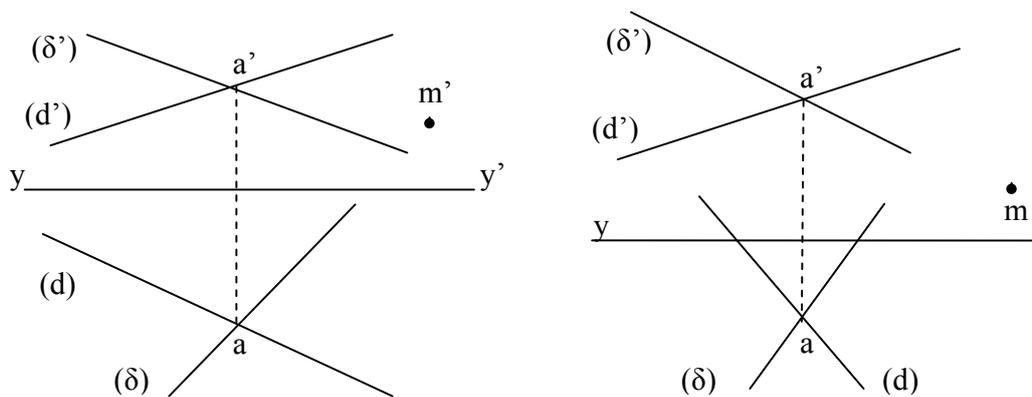
2.1.e) Soit  $\Omega$  un plan déterminé par ses traces ( $\alpha$ PQ). Soit N un point du plan  $\Omega$ . On connaît une des projections du point N. A l'aide d'une horizontale (H) du plan  $\Omega$  passant par le point N, déterminer la projection manquante du point N, tel qu'il soit un point du plan  $\Omega$ .



2.2) Pour le point M donné, déterminer la projection manquante, tel que M soit un point du plan défini par une droite (D) et un point A.

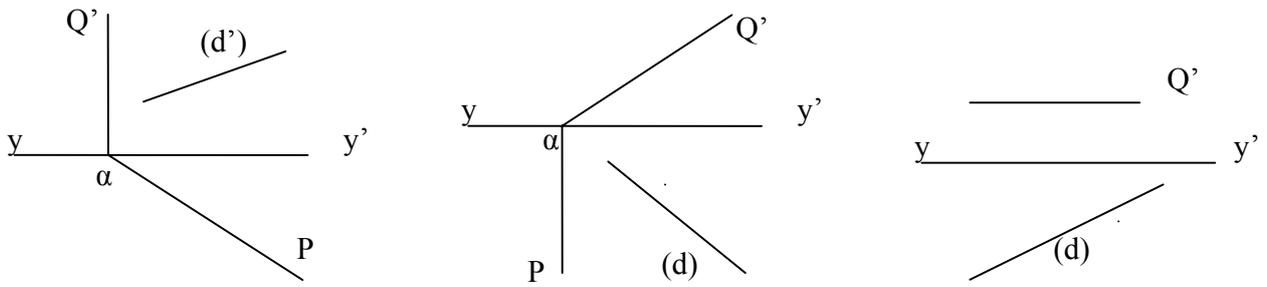


2.3) Pour le point M donné, déterminer la projection manquante, tel que M soit un point du plan défini par deux droites (D) et ( $\Delta$ ) sécantes en un point A.

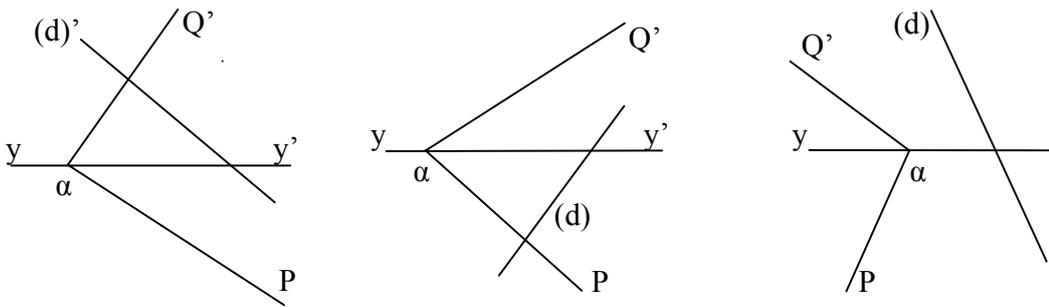


2.4) Pour une droite (D) donnée, déterminer la projection manquante, tel que (D) soit une droite du plan défini par ses traces (P $\alpha$ Q'), dans les cas suivants :

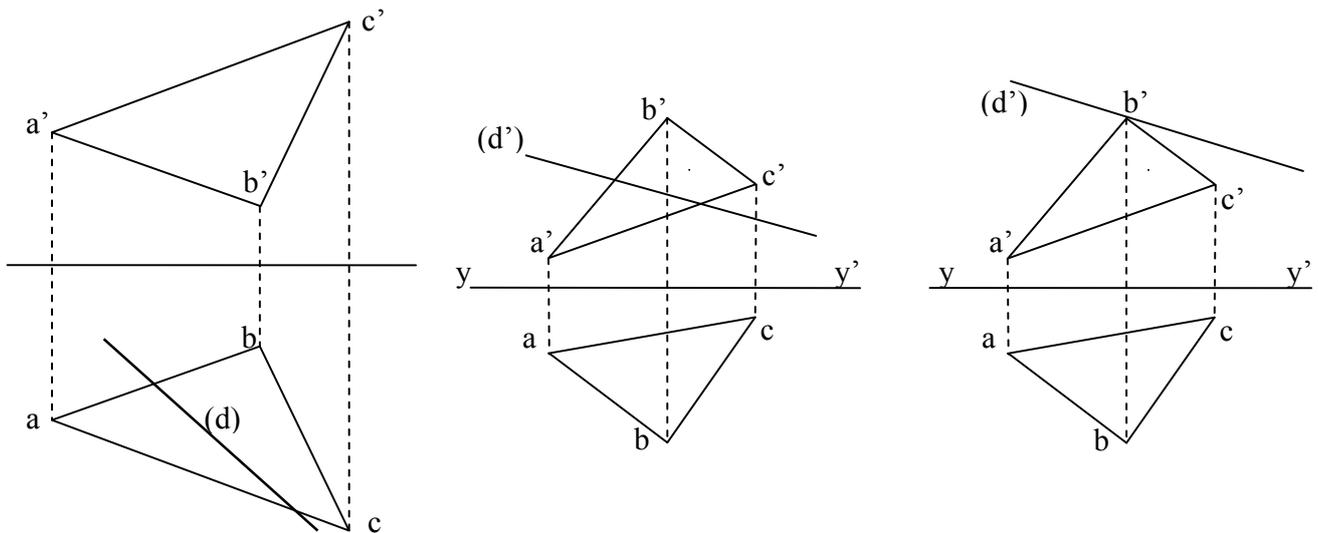
- a) (P $\alpha$ Q') plan vertical
- b) (P $\alpha$ Q') plan de bout
- c) (P $\alpha$ Q') plan horizontal



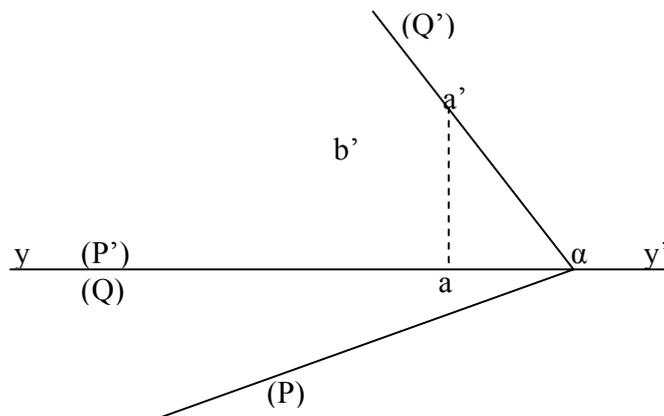
c)  $(P\alpha Q')$  plan quelconque



2.5) Pour une droite (D) donnée, déterminer la projection manquante, tel que (D) soit une droite du plan défini par trois points A, B, C.



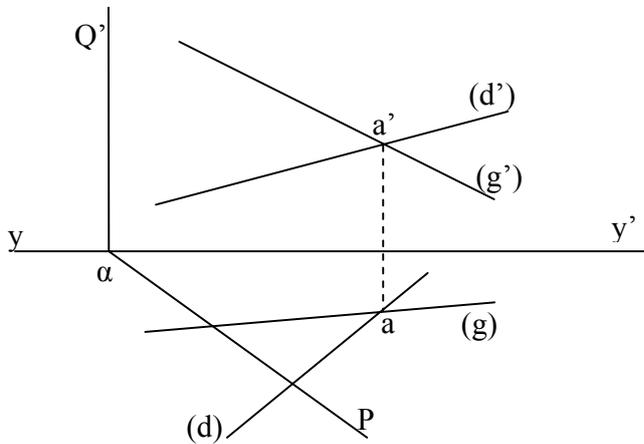
2.6) Soit A et B deux points d'un plan  $\Omega$ . En utilisant la droite (D) déterminée par ces deux points, construire la projection horizontale du point B.



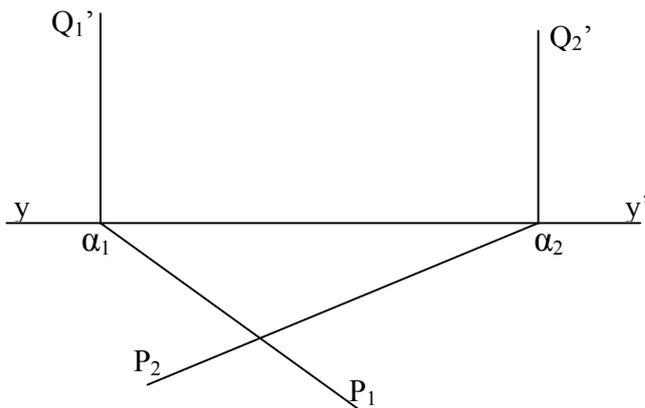
### 3. Intersection de deux plans

#### 3.1. Cas des plans particuliers

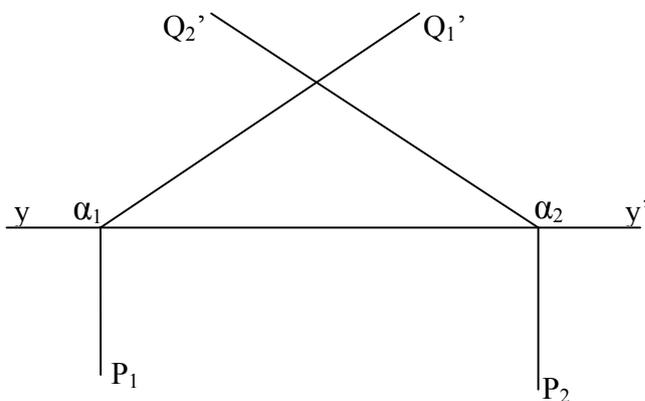
3.1.1) Soit  $\mathcal{V}$  un plan vertical, défini par ses traces  $(P\alpha Q')$  et  $\mathcal{P}$  un plan défini par deux droites concourantes  $(D)$  et  $(G)$ . Déterminer la droite  $(L)$  d'intersection des deux plans.



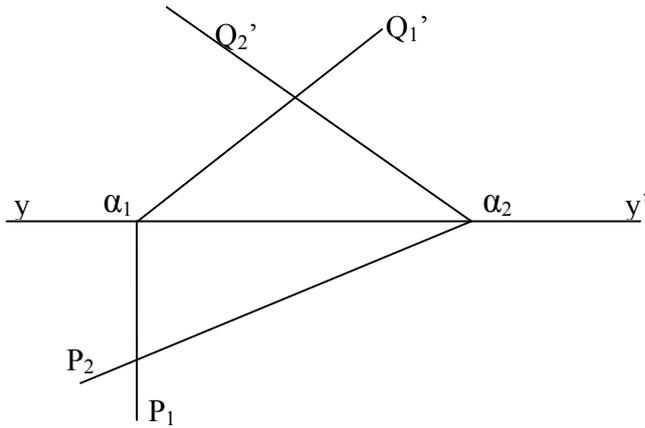
3.1.2) Soit  $\mathcal{V}_1$  et  $\mathcal{V}_2$  deux plans verticaux, définis par leurs traces  $(P_1\alpha_1Q_1')$  et  $(P_2\alpha_2Q_2')$ . Déterminer l'intersection des deux plans.



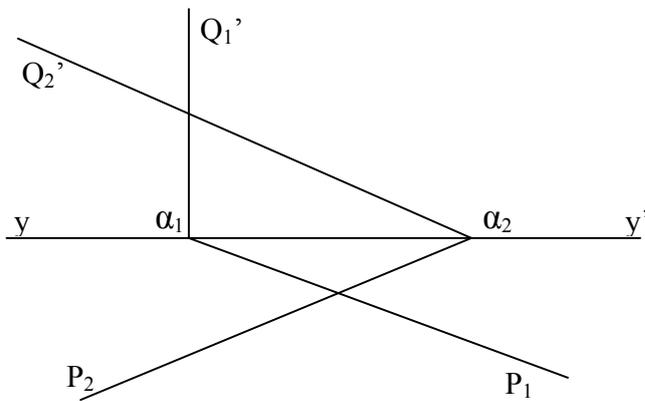
3.1.3) Soit  $\mathcal{B}_1$  et  $\mathcal{B}_2$  deux plans de bout, définis par leurs traces  $(P_1\alpha_1Q_1')$  et  $(P_2\alpha_2Q_2')$ . Déterminer l'intersection des deux plans.



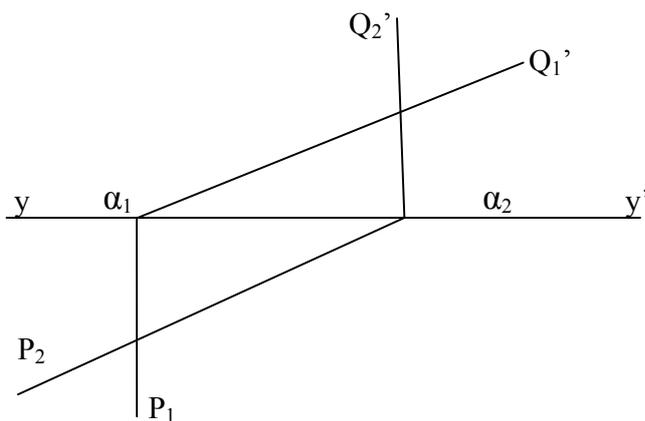
3.1.4) Soit  $\mathcal{B}_1$  un plan de bout, défini par ses traces  $(P_1\alpha_1Q_1')$  et  $\mathcal{P}$  un plan quelconque, défini par ses traces  $(P_2\alpha_2Q_2')$ . Déterminer la droite (D) d'intersection des deux plans.



3.1.5) Soit  $\mathcal{V}'_1$  un plan vertical, défini par ses traces  $(P_1\alpha_1Q_1')$  et  $\mathcal{P}$  un plan quelconque, défini par ses traces  $(P_2\alpha_2Q_2')$ . Déterminer la droite (D) d'intersection des deux plans.



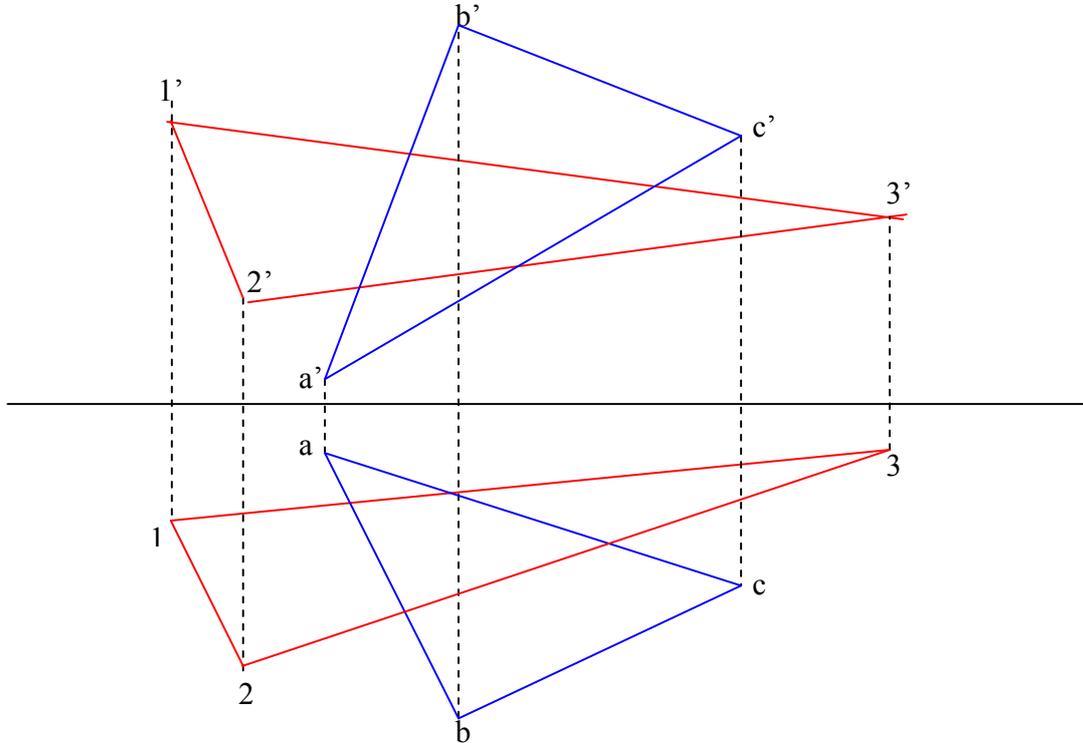
3.1.6) Soit  $\mathcal{B}_1$  un plan de bout et  $\mathcal{V}'_2$  un plan vertical, définis par leurs traces  $(P_1\alpha_1Q_1')$  et  $(P_2\alpha_2Q_2')$ . Déterminer la droite (D) d'intersection des deux plans.



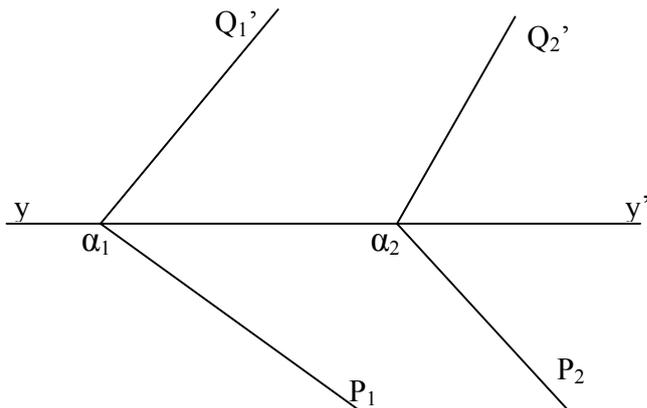
3.1.7) Soit  $\mathcal{P}_1$  et  $\mathcal{P}_2$  deux plans quelconques, définis par leurs traces  $(P_1\alpha_1Q_1')$  et  $(P_2\alpha_2Q_2')$ . Déterminer la droite (D) d'intersection des deux plans.

### 3.2. Méthode des plans auxiliaires

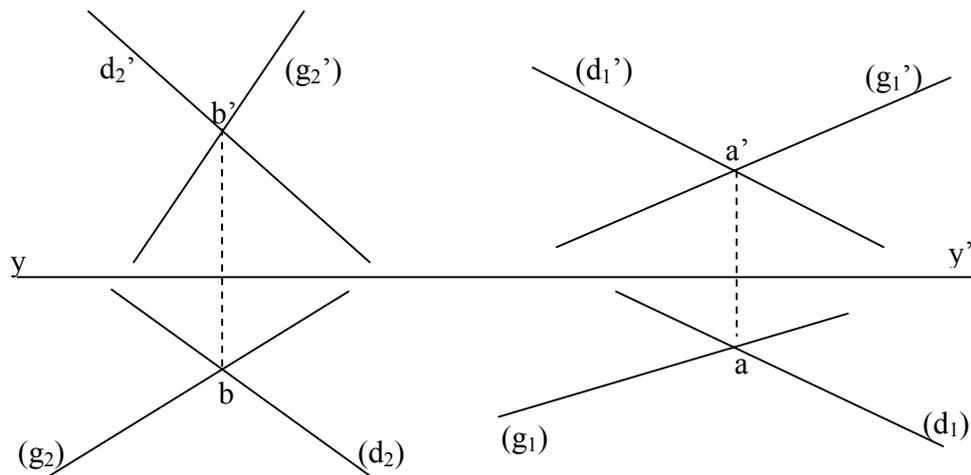
3.2.1.a) Soit 2 plans définis par 2 droites sécantes (3 points) :  $\mathcal{P}_1 = (123)$ ,  $\mathcal{P}_2 = (ABC)$ . Déterminer l'intersection des deux plans.



3.2.1.b) Soit  $\mathcal{P}_1$  et  $\mathcal{P}_2$  deux plans quelconques, définis par leurs traces  $(P_1\alpha_1Q_1')$  et  $(P_2\alpha_2Q_2')$ . Ces traces ne se coupent pas dans les limites de l'épure. Déterminer l'intersection des deux plans, en utilisant deux plans auxiliaires horizontaux  $\mathcal{H}_1$  et  $\mathcal{H}_2$ .

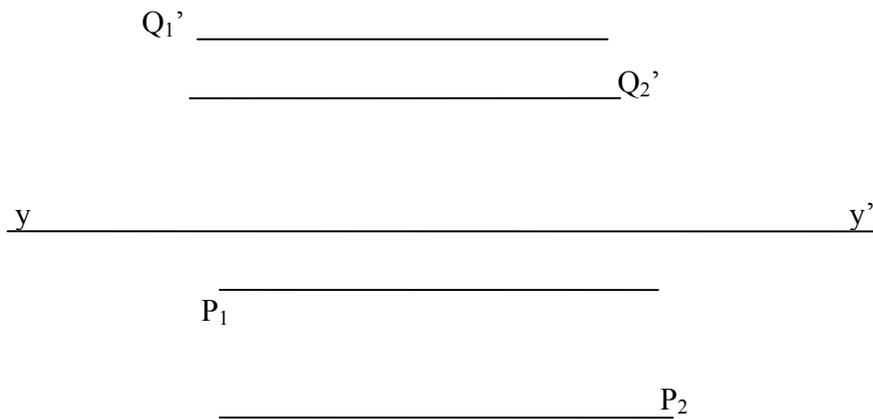


3.2.2) Soit  $\mathcal{P}_1$  et  $\mathcal{P}_2$  deux plans quelconques, défini chacun par deux droites concourantes  $(D_1), (G_1)$  et  $(D_2), (G_2)$ . Déterminer l'intersection des deux plans, en utilisant deux plans auxiliaires horizontaux  $\mathcal{H}_1$  et  $\mathcal{H}_2$ .

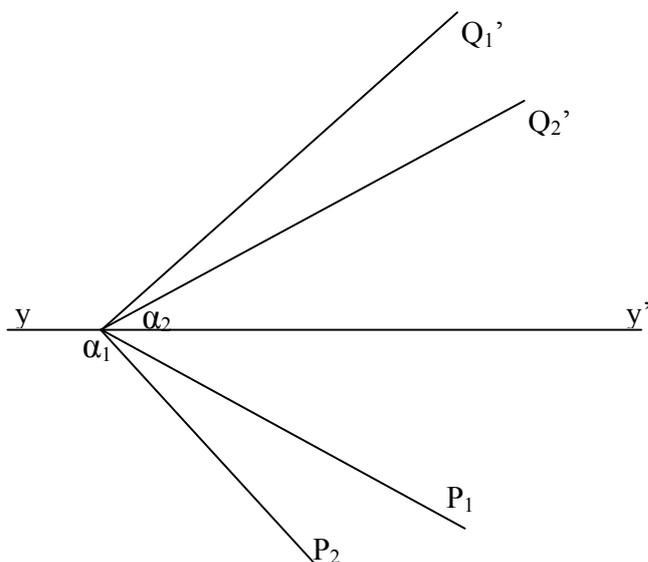


3.2.3) Soit  $\mathcal{P}_1$  et  $\mathcal{P}_2$  deux plans parallèles à la ligne de terre, définis par leurs traces  $(P_1\alpha_1Q_1')$  et  $(P_2\alpha_2Q_2')$ . Déterminer l'intersection des deux plans, en utilisant :

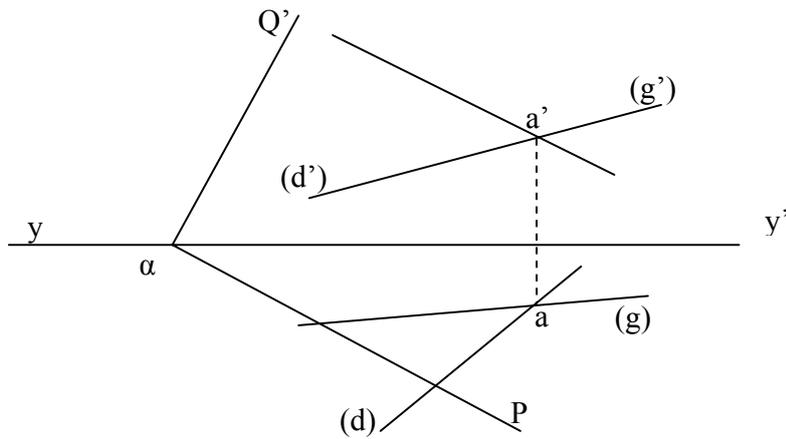
- a) un seul plan auxiliaire vertical  $\mathcal{V}$ .
- b) un seul plan auxiliaire de bout  $\mathcal{B}$ .



3.2.4) Soit  $\mathcal{P}_1$  et  $\mathcal{P}_2$  deux plans définis par leurs traces  $(P_1\alpha_1Q_1')$  et  $(P_2\alpha_2Q_2')$  et dont les traces se coupent en un même point de la ligne de terre ( $\alpha_1 = \alpha_2$ ). Déterminer l'intersection des deux plans, en utilisant un seul plan auxiliaire vertical  $\mathcal{V}$ .



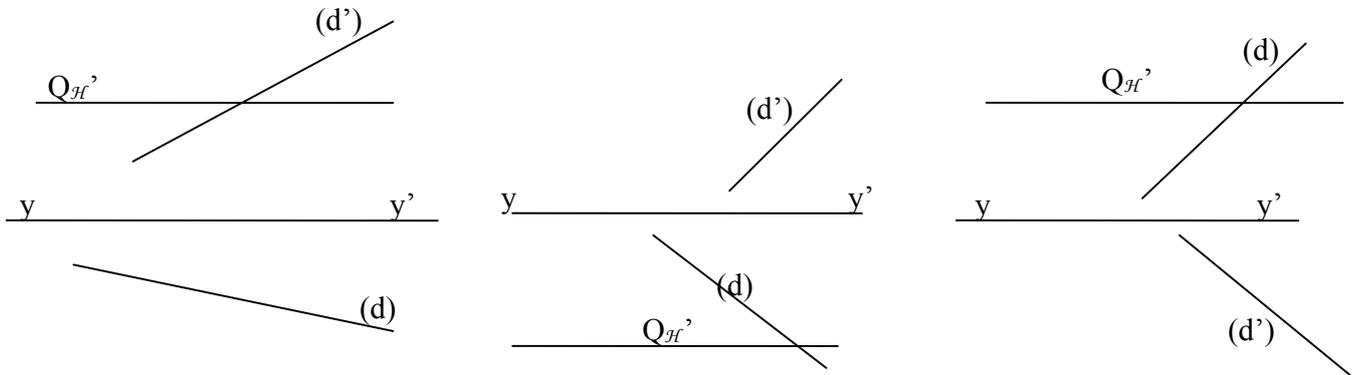
3.2.5) Soit  $\mathcal{P}_1$  un plan défini par ses traces  $(P\alpha Q')$  et  $\mathcal{P}_2$  un plan défini par deux droites concourantes  $(D)$  et  $(G)$ . Déterminer l'intersection des deux plans.



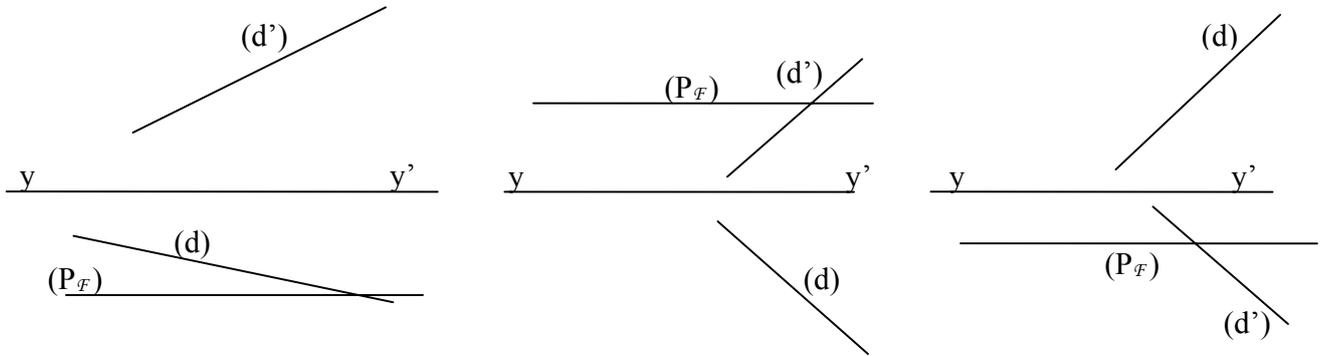
## 4. Intersection d'une droite avec un plan

### 4.1. Cas des plans particuliers

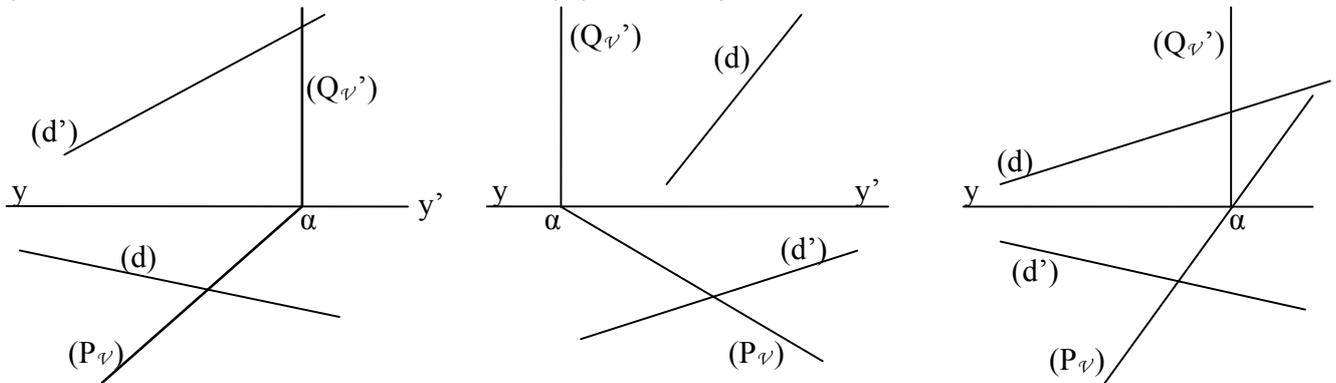
1) Déterminer l'intersection d'une droite quelconque (D) avec un plan horizontal  $\mathcal{H}$ .



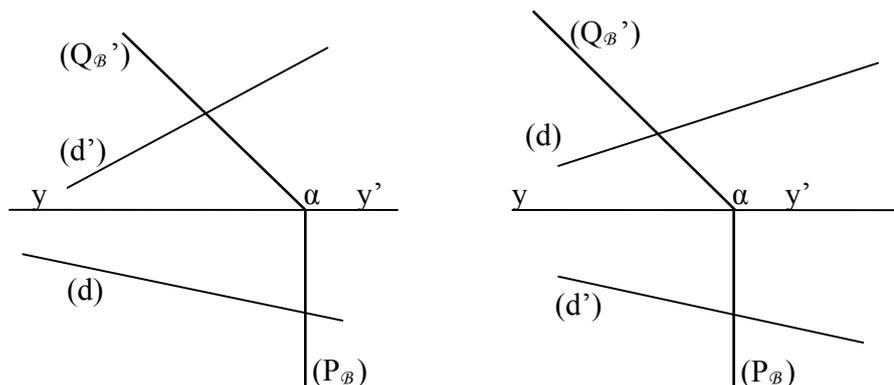
2) Déterminer l'intersection d'une droite (D) avec un plan frontal  $\mathcal{F}$ .



3) Déterminer l'intersection d'une droite (D) avec un plan vertical  $\mathcal{V}$ .

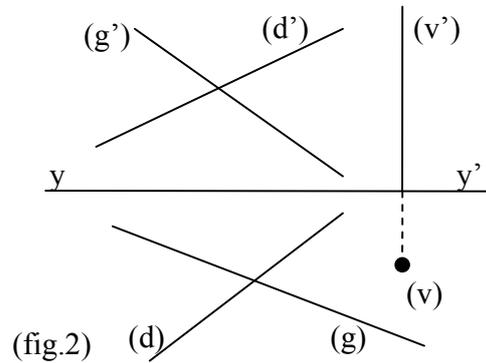
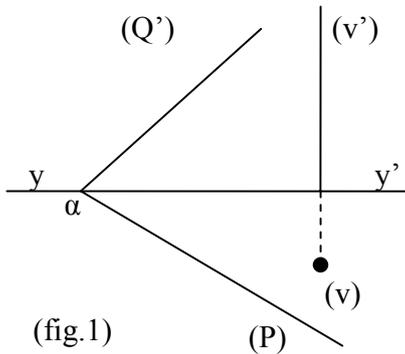


4) Déterminer l'intersection d'une droite (D) avec un plan de bout  $\mathcal{B}$ .

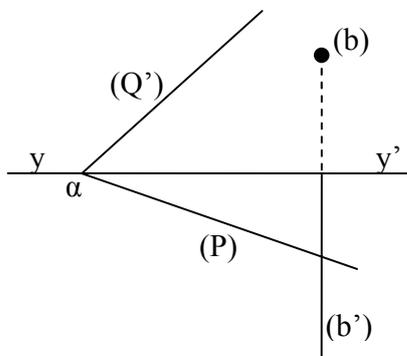


## 4.2. Cas des droites particulières

- 5) Déterminer l'intersection d'une droite verticale (V) (axe vertical) avec un plan  $\mathcal{P}$  défini
- a) par ses traces ( $P\alpha Q'$ ) (fig.1)
  - b) par deux droites sécantes (D) et (G) (fig.2).

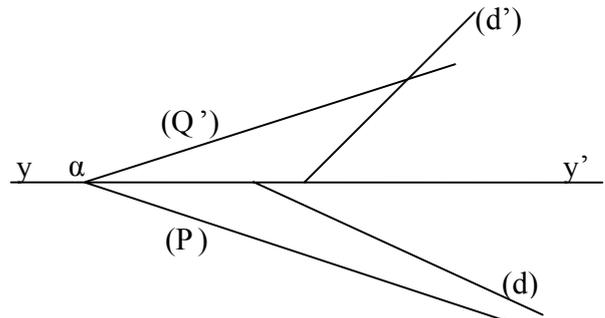
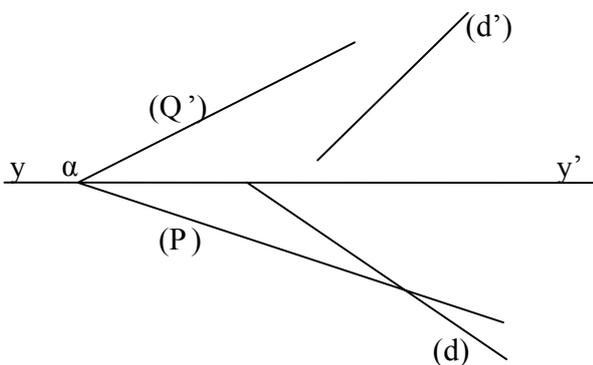


- 6) Déterminer l'intersection d'une droite de bout (B) (axe de bout) avec un plan  $\mathcal{P}$  défini par ses traces ( $P\alpha Q'$ ).

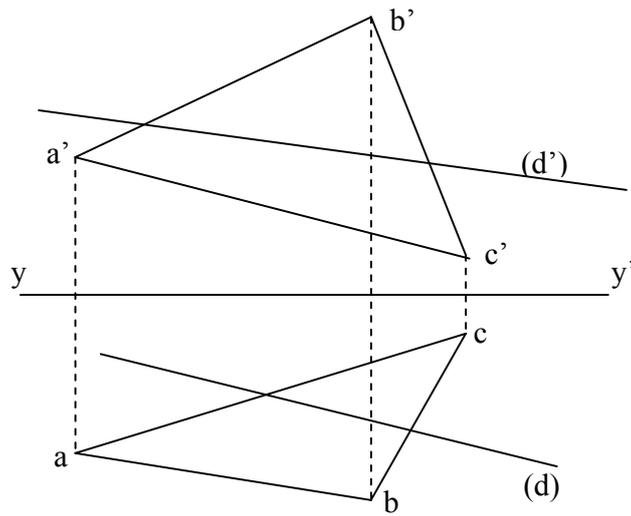


## 4.3. Méthode des plans auxiliaires

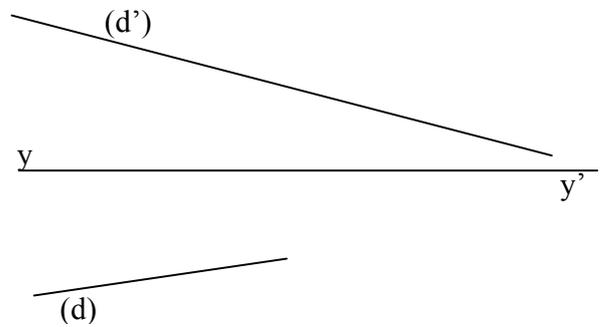
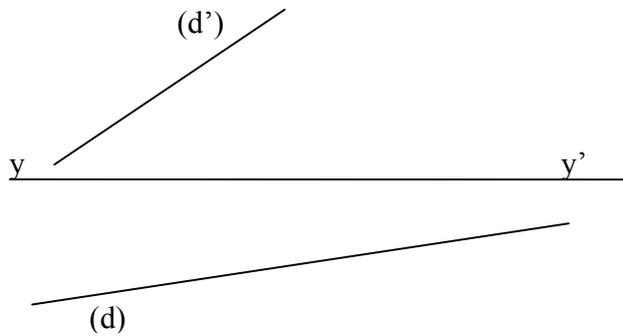
- 5) Déterminer l'intersection d'une droite (D) avec un plan  $\mathcal{P}$  défini par ses traces ( $P\alpha Q'$ ), en utilisant :
- a) un plan auxiliaire vertical
  - b) un plan auxiliaire de bout.



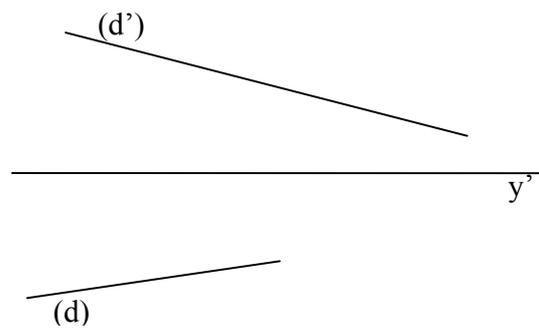
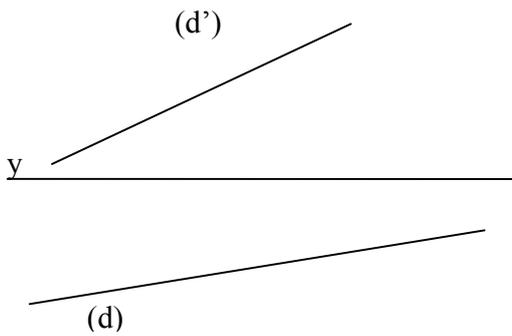
- 6) Déterminer l'intersection d'une droite (D) avec un plan  $\mathcal{P}$  défini par 3 points, en utilisant :
- a) un plan auxiliaire vertical
  - b) un plan auxiliaire de bout.



7) Déterminer l'intersection d'une droite (D) avec le premier plan bissecteur, en utilisant :  
 a) un plan auxiliaire vertical  
 b) un plan auxiliaire de bout.

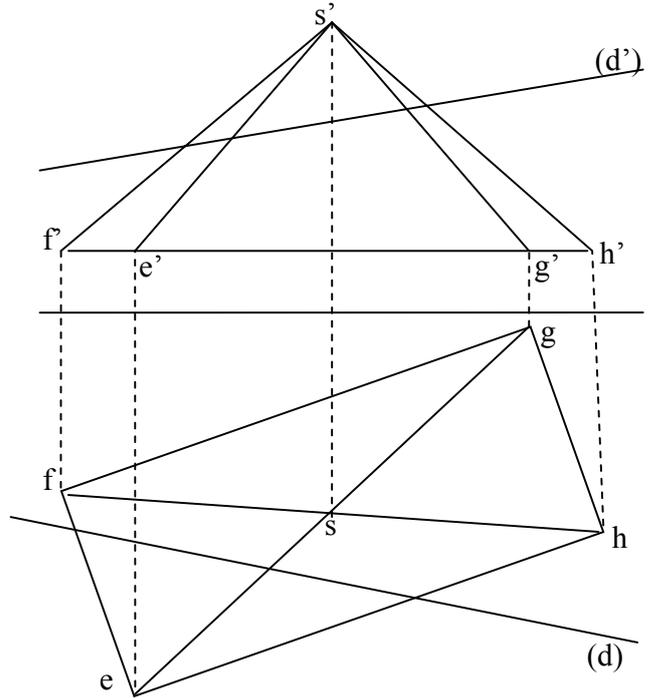
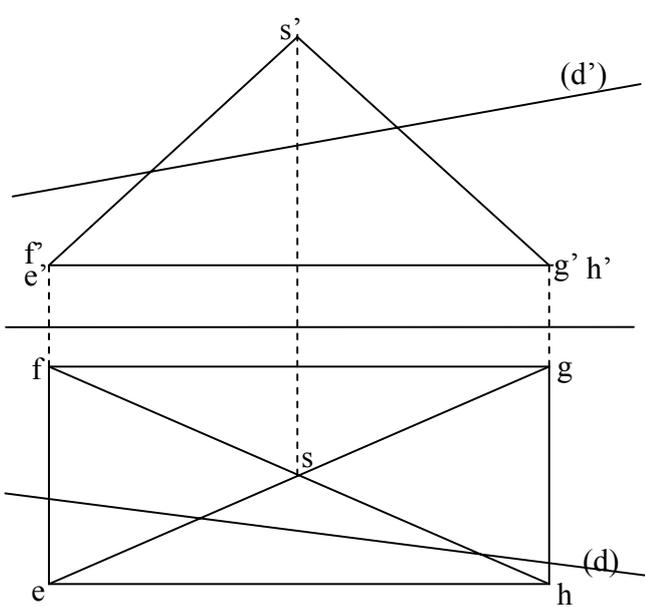


8) Déterminer l'intersection d'une droite (D) avec le deuxième plan bissecteur, en utilisant :  
 a) un plan auxiliaire vertical  
 b) un plan auxiliaire de bout.

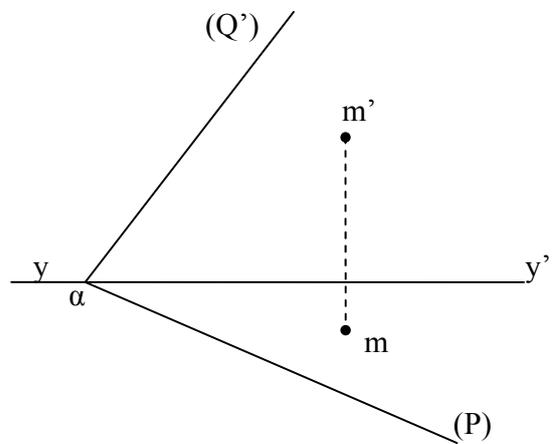
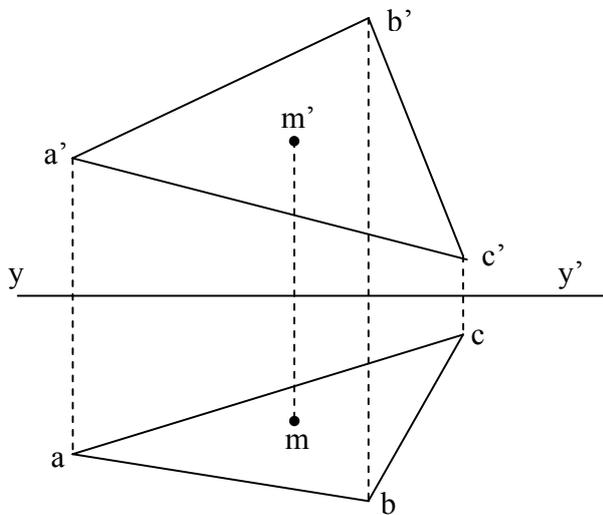


## 4.4. Applications

9) Déterminer les points M et N où la droite (D) perce la pyramide  $P = (EFGHS)$ .

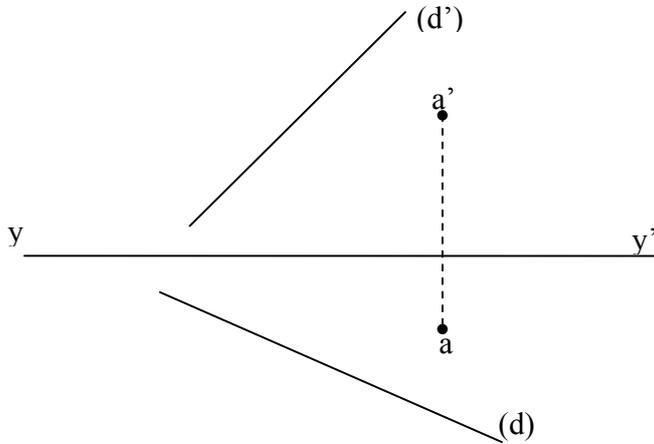


9) Déterminer la position du point M par rapport au plan  $\mathcal{P}$ .

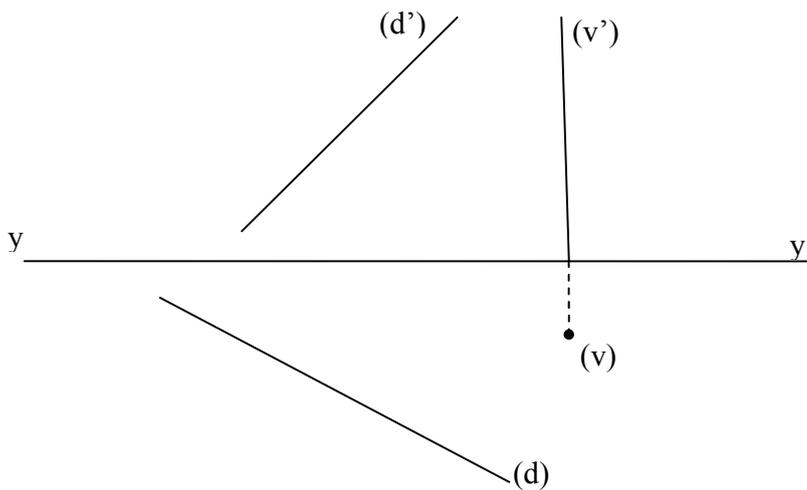


## 5. Problèmes d'orthogonalité

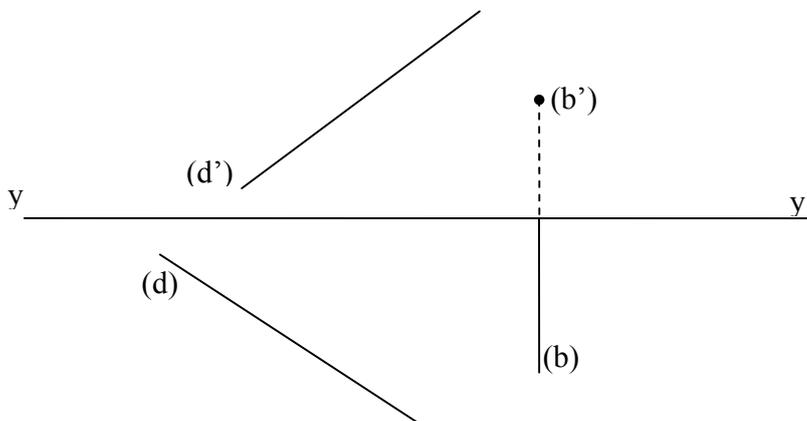
5.1) Mener par un point A la perpendiculaire (L) à une droite donnée (D).



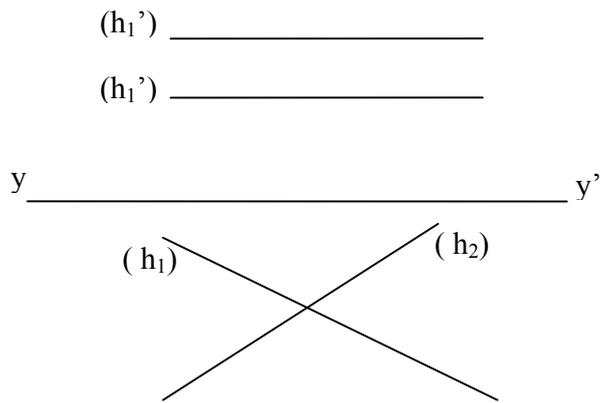
5.2) Soit (D) une droite quelconque et (V) une droite verticale. Déterminer (L) la perpendiculaire commune des deux droites.



5.3) Soit (D) une droite quelconque et (B) une droite de bout. Déterminer (L) la perpendiculaire commune des deux droites.

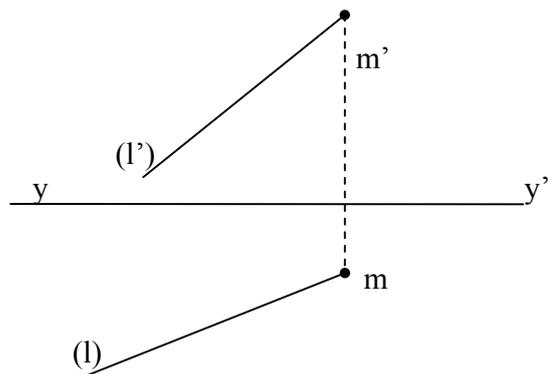
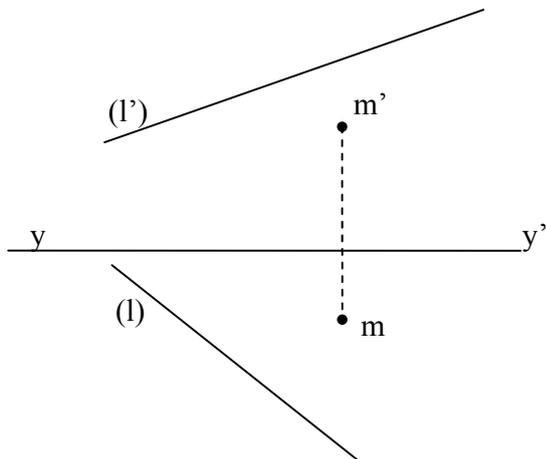


5.4) Soit  $(H_1)$  et  $(H_2)$  deux droites horizontales. Déterminer (L) la perpendiculaire commune des deux droites.

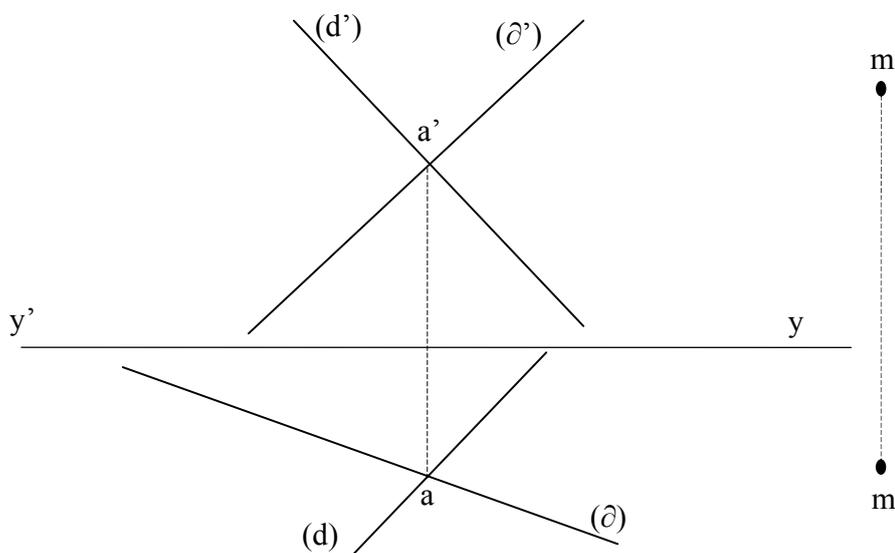


5.5) Construire une droite passant par un point donné et perpendiculaire  
 a) au premier plan bissecteur.  
 b) au deuxième plan bissecteur.

5.6) Soit une droite  $(L)$  et un point  $M$ .  
 a) Construire le plan  $\Gamma$ , passant par le point  $M$  et perpendiculaire à la droite  $(L)$ .  
 b) Représenter le plan  $\Gamma$  par ses traces.



5.7) Soit  $\mathcal{P}$  un plan déterminé par deux droites  $(D)$  et  $(\Delta)$ , sécantes en  $A$ . Soit  $M$  un point de l'espace. Construire, par le point  $M$ , une droite  $(L)$  perpendiculaire au plan  $\mathcal{P}$ .



## 6. Problèmes de parallélisme

6.1) Mener par un point A une droite (G) parallèle à une droite (D) donnée.

6.2) Un plan  $\mathcal{P}$  est défini par deux droites (D) et ( $\Delta$ ) parallèles à la ligne de terre. Construire les traces ( $P\alpha Q'$ ) du plan.

6.3) Construire une droite passant par un point donné et parallèle au premier plan bissecteur.

6.4) Construire une droite passant par un point donné et parallèle au deuxième plan bissecteur.

6.5) Soit  $\mathcal{P}$  un plan et (D) une droite parallèle au plan passant par le point A. Sachant une de ses projections, déterminer l'autre dans les cas suivants :

a) plan déterminé par ses traces

a) plan déterminé par deux droites sécantes

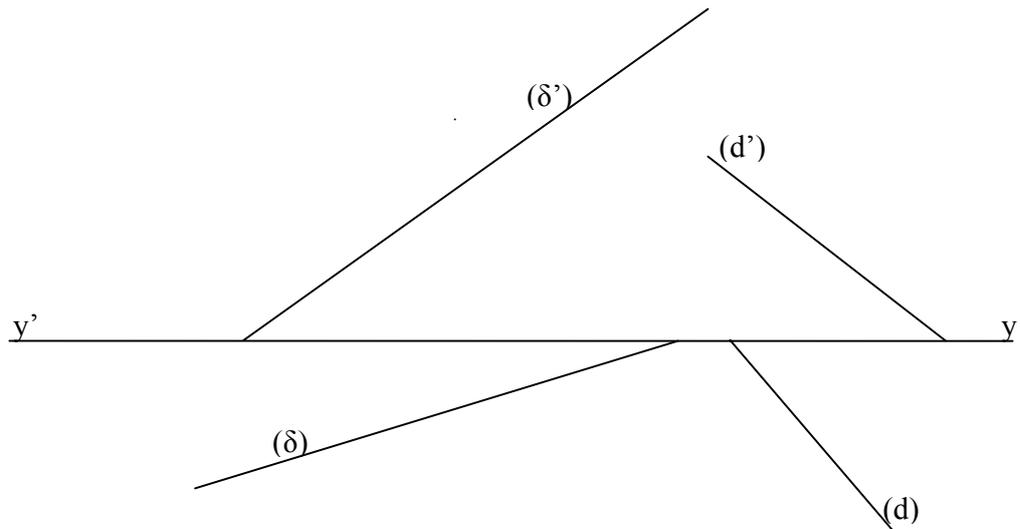
a) plan déterminé par trois points

6.6) Construire par une droite donnée, un plan parallèle à une direction donnée.

Soit ( $\Delta$ ) et (D) deux droites quelconques (non coplanaires). Construire un plan  $\mathcal{P}$  parallèle à la droite (D) et qui contienne la droite ( $\Delta$ ).

a) déterminer le plan par 2 droites concourantes.

b) représenter et nommer les traces de  $\Gamma$ .



## 7. Changements de plans de projection

7.1) Soit un plan déterminé par trois points A, B et C. Soit M un point extérieur à ce plan. Déterminer la distance  $d$  entre le point M et le plan  $\mathcal{P}_{(ABC)}$ .

